

І. В. Кузьо, Я. А. Зінько, Т.-Н. М. Ванькович,  
В. І. Векерик, І. В. Цідило, К. Г. Левчук,  
Л. М. Тіщенко, В. П. Шпачук, В. В. Бурлака

# ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України  
як підручник для студентів вищих  
навчальних технічних  
закладів III — IV рівнів акредитації

Харків  
«Фоліо»  
2017

---

*Розділ 1*  
**ВСТУП ДО СТАТИКИ**

**§ 1.1. Предмет статки. Основні поняття статки**

*Статикою називається розділ теоретичної механіки, в якому вивчаються методи перетворення одних систем сил в еквівалентні їм, а також встановлюються умови рівноваги механічних систем під дією різних систем сил.*

Вивчення цього розділу розпочнемо з розгляду основних понять статки. Як і в кожній природничій науці, в механіці для вивчення найбільш суттєвих рис того чи іншого явища доводиться абстрагуватись від менш суттєвого, відкидати другорядне, тобто вводити абстракції. Першими такими абстракціями є поняття матеріальної точки, системи матеріальних точок і абсолютно твердого тіла.

*Тіло, розмірами якого в умовах конкретної задачі можна знехтувати, називається матеріальною точкою.* На відміну від геометричної точки, матеріальна точка наділена масою даного тіла, завдяки чому для неї характерні властивість інертності й здатність взаємодії з іншими матеріальними точками.

*Системою матеріальних точок (механічною системою) називається сукупність матеріальних точок, положення і рухи яких взаємозв'язані.* Наприклад, вивчаючи рух планет Сонячної системи, їх вважають матеріальними точками з відповідними масами, нехтуючи розмірами планет як незначними порівняно з віддаллю між ними. Всю Сонячну систему розглядають як систему матеріальних точок, між якими діють сили взаємного притягання.

Всяке фізичне тіло у механіці уявляють як систему матеріальних точок. Особливе значення для теоретичної механіки має незмінна система матеріальних точок.

*Незмінною називається система, яка з плином часу не змінює взаємного розміщення належних до неї точок.* Якщо незмінна система матеріальних точок неперервно заповнює якусь частину простору, то така система називається *абсолютно твердим тілом*. З властивостей незмінної системи випливає, що *абсолютно твердим тілом називається таке тіло, у якому віддаль між його точками залишається незмінною при дії на нього інших тіл*. Інакше кажучи, абсолютно тверде тіло не змінює своєї геометричної форми, тобто не деформується. В дійсності недеформівних

тіл у природі не існує. Усі фізичні тіла в тій чи іншій мірі деформуються. Величини деформацій залежать від матеріалу тіл, геометричних розмірів та діючих навантажень. При проектуванні інженерних споруд матеріал і розміри конструкцій відбирають так, щоб при заданому навантаженні деформації їх були незначними. Внаслідок цього при вивченні рівноваги твердих тіл їх деформаціями часто можна знехтувати і вважати їх абсолютно твердими.

Надалі абсолютно тверде тіло будемо називати твердим тілом або тілом.

Одним з основних понять механіки є поняття сили. *Силою називається кількісна міра механічної взаємодії між матеріальними тілами, яка виражає напрямок та інтенсивність цієї взаємодії.*

Сили можуть виникати як при безпосередньому контакті тіл (наприклад, сила тертя між поверхнями двох тіл), так і на віддалі (наприклад, сили притягання планет).

Дія сили на тіло характеризується *точкою її прикладання, напрямком у просторі та величиною (модулем) сили*. Напрямок, у якому відбувається взаємодія між тілами, називається напрямком дії сили. Пряма  $LM$ , вздовж якої напрямлена сила, називається *лінією дії сили* (рис. 1.1).

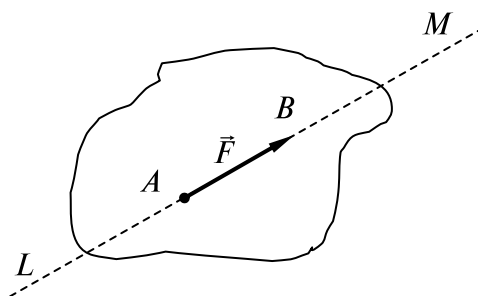


Рис. 1.1

Точка, в якій відбувається взаємодія між тілами (точка контакту), називається *точкою прикладання сили* (точка  $A$ ). Інтенсивність взаємодії між тілами називається величиною (модулем) сили (довжина відрізка  $AB$  у відповідному масштабі на рис. 1.1).

Фізичну величину, що має три такі характеристики, як точку прикладання, напрямком у просторі та абсолютну величину (модуль), зображують вектором. Силу, як векторну величину, будемо позначати  $\vec{F}$ , модуль сили —  $|\vec{F}|$  або  $F$ . Величина (модуль) сили визначається динамічно і статично. Згідно з динамічним визначенням, величина (модуль) є числом, яке дорівнює добутку маси точки на пришвидшення, якого надає їй сила, тобто  $F = ma$  (за другим законом Ньютона). Статичне визначення сили засноване на порівнянні даної сили з іншою, прийнятою у вибраній системі одиниць. Для цього користуються динамометром або пружинними терезами. Одиницею сили в Міжнародній системі одиниць прийнято *ньютон* — сила, яка масі  $1 \text{ кг}$  надає пришвидшення  $1 \text{ м/с}^2$  ( $1\text{Н} = 1 \text{ кгм/с}^2$ ).

*Сукупність кількох сил, прикладених до тіла чи механічної системи, називається системою сил*. Будемо позначати систему з  $n$  сил так:  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ . Якщо вектори сил системи лежать в одній площині, вона називається *плоскою*, якщо вектори сил лежать в різних площинах, то система сил називається *просторовою*.

Якщо, не порушуючи кінематичного стану вільного тіла, одну систему сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ , що прикладена до цього тіла, можна замінити іншою системою  $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$  і навпаки, то такі системи сил називаються *еквівалентними*. Їх еквівалентність позначається:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k).$$

Під *кінематичним станом тіла* треба розуміти стан його спокою або руху за певним законом.

Якщо система сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$  еквівалентна одній силі  $\vec{R}$ , то ця сила називається *рівнодійною* даної системи сил

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R}.$$

Система сил, що еквівалентна нулеві, називається *зрівноваженою*. Це записується наступним чином

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0.$$

У статичці досить часто поняття «зрівноважена система сил» замінюють виразом «рівновага сил», або «система сил, що знаходиться в рівновазі», розуміючи при цьому, що тверде тіло під дією системи сил знаходиться в стані спокою або інерційного руху.

**Зауваження.** Під інерційним рухом (рух за інерцією) слід розуміти поступальний прямолінійний рівномірний рух.

Зміст статички абсолютно твердого тіла складають *дві основні задачі*. *Перша* — задача про еквівалентні перетворення системи сил і заміну їх простішими, яка має важливе значення не тільки в статичці, але й у динаміці. *Друга* — задача про рівновагу систем сил. Основним завданням її є з'ясування умов, які повинні задовольняти та чи інша система сил, прикладених до твердого тіла, необхідних для його рівноваги.

## § 1.2. Аксиоми статички

В основі статички лежать експериментально і логічно встановлені твердження (аксиоми), які відображають властивості сил, що діють на тверде тіло.

**Аксиома 1** (про дві сили). *Дві сили, прикладені до твердого тіла, будуть зрівноважені (еквівалентні нулю) тоді і тільки тоді, коли вони рівні за модулем, діють по одній прямій і спрямовані в протилежні боки* (рис. 1.2).

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0;$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2;$$

$$F_1 = F_2.$$

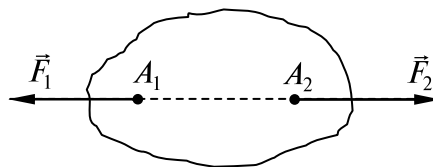


Рис. 1.2

**Аксиома 2** (про приєднання або вилучення зрівноважених сил). *Не змінюючи кінематичного стану твердого тіла, до системи сил, що діє на нього, можна приєднувати або вилучати з неї будь-яку зрівноважену систему сил.*

Зауважимо, що аксіоми 1 і 2 справедливі лише для абсолютно твердих тіл.

**Аксиома 3** (про паралелограм сил). *Дві сили, прикладені до тіла в одній точці, мають рівнодійну, яка прикладена в тій самій точці і визначається діагоналлю паралелограма, побудованого на цих силах (рис. 1.3). Згідно з даною аксіомою, система сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$ .*

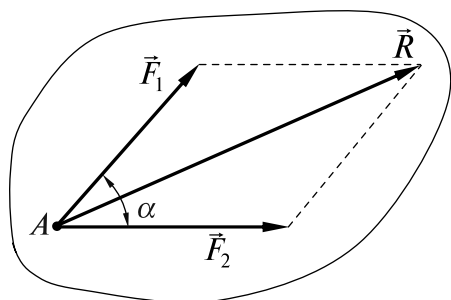


Рис. 1.3

За правилом додавання векторів рівнодійна дорівнює геометричній сумі цих сил:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2. \quad (1.1)$$

Модуль рівнодійної визначається за формулою:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}, \quad (1.2)$$

де  $\alpha$  — кут між векторами  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_2$ .

**Аксиома 4** (про рівність дії та протидії). *Сили взаємодії двох тіл рівні за модулем і спрямовані по одній прямій в протилежні боки (рис. 1.4).*

Якщо тіло  $A$  діє на тіло  $B$  з силою  $\vec{F}_B$ , то тіло  $B$  діє на тіло  $A$  з силою  $\vec{F}_A$ ,

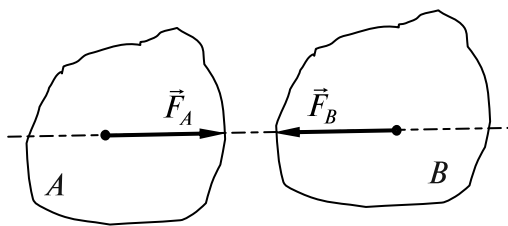


Рис. 1.4

причому  $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$  і  $F_A = F_B$ . Однак ці сили не є зрівноваженим, бо прикладені до різних тіл, тобто система сил  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$  не еквівалентна нулеві. Ця аксіома є одним з основних законів механіки (третій закон Ньютона).

Перш ніж перейти до формулювання двох останніх аксіом статички, введемо поняття в'язей і реакцій в'язей.

Тіла в природі можна поділити на вільні і невільні. *Вільними* називаються тіла, які під дією тієї чи іншої системи сил можуть переміщатися в просторі у будь-якому напрямку. Тіло, рух якого в просторі обмежений іншими тілами, називається *невільним*. Тіла, які обмежують рух даного тіла в просторі, називаються *в'язями*.

Нехай рух деякого невільного твердого тіла обмежено певними в'язями. Очевидно, між тілом і в'язями існують механічні взаємодії. Вплив тіла на в'язь називатимемо дією, а вплив в'язі на тіло — протидією. Протидії в'язей, накладених на дане тверде тіло, називаються реакціями в'язей. Іншими словами, *реакція в'язі — це сила, з якою в'язь діє на тіло.*

Вона спрямовується протилежно до того напрямку, в якому в'язь протидіє можливому руху тіла.

**Аксиома 5** (принцип твердіння).

*Рівновага матеріального об'єкта не порушиться при накладанні на нього додаткових стаціонарних в'язей. Частковим випадком аксиоми є твердження: рівновага деформівного тіла не порушиться, якщо жорстко зв'язати його точки і вважати тіло абсолютно твердим.*

Цей принцип має велике значення при вивченні рівноваги тіл, які деформуються. З нього випливає, що умови рівноваги сил, прикладених до абсолютно твердого тіла, поширюються і на вивчення рівноваги не абсолютно твердих тіл, тобто принцип встановлює зв'язок між статикою абсолютно твердого тіла і статикою тіл, які деформуються.

Умови рівноваги сил, прикладених до твердих тіл, є необхідними, але не є достатніми для деформівних тіл. Наприклад, для рівноваги невагомого стрижня необхідно і достатньо, щоб сили, прикладені до його кінців, були взаємно зрівноваженими (рис. 1.5, а).

Однак для невагомої нитки цієї умови недостатньо. Необхідно, щоб сили, які діють на нитку, були тільки розтягуючими (рис. 1.5, б), в той час як для стрижня вони можуть бути і стискаючими.

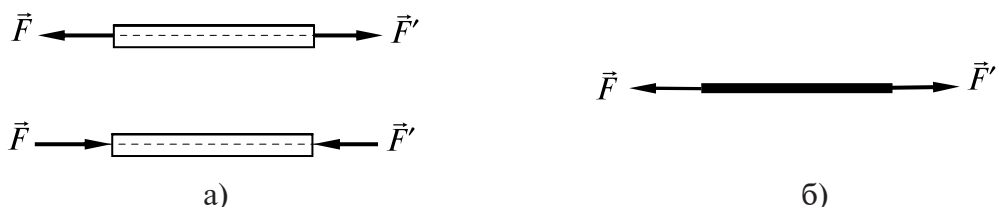


Рис. 1.5

Статика твердих тіл використовується при вивченні рівноваги деформівних тіл в опорі матеріалів та будівельній механіці.

Оскільки в статистиці встановлюються умови рівноваги в основному для вільних тіл, а в більшості технічних задач зустрічаються невольні тверді тіла, то для використання цих умов до невольних тіл слід застосувати аксіому в'язей, або так званий принцип звільнення від в'язей.

**Аксиома 6** (принцип звільнення від в'язей). *Не змінюючи кінематичного стану тіла, всяке невольне тіло можна розглядати як вільне, якщо відкинути в'язі, а їх дію на тіло замінити реакціями в'язей.*

### § 1.3. Найпростіші теореми статички

**Теорема 1.1** (про ковзний вектор сили). *Не змінюючи дії сили на тверде тіло, точку прикладання сили можна переносити по лінії її дії.*

**Доведення.** Нехай на абсолютно тверде тіло діє сила  $\vec{F}$ , прикладена в точці  $A$  (рис. 1.6, а).

Візьмемо на лінії дії сили  $\vec{F}$  яку-небудь точку  $B$  і прикладемо до неї дві зрівноважені сили  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_2$ , які чисельно дорівнюють силі  $\vec{F}$  і задовольняють умові зрівноваженості:  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  (рис. 1.6, б). Згідно аксиоми 2,